

О преподавании учебной дисциплины “Математическое моделирование”

77-48211/638257

10, октябрь 2013

УДК: 378.147

Маркелов Г. Е.

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

markelov@rambler.ru

Введение

В настоящее время математическое моделирование активно используют в машиностроении и приборостроении. В этой связи заслуживает внимание такая дисциплина как “Математическое моделирование”, в рамках которой студенты изучают современные методы построения математических моделей, способы качественного и количественного анализа математических моделей, методики, позволяющие рационально использовать возможности математического моделирования в области машиностроения и приборостроения.

Целью настоящей работы является изложение некоторых особенностей, связанных с преподаванием дисциплины “Математическое моделирование”. Их учёт позволяет улучшить качество подготовки выпускников, повысить их конкурентоспособность.

1 Начальный уровень подготовки студента

Дисциплина “Математическое моделирование” связана с математическими, естественнонаучными и инженерными дисциплинами основной образовательной программы или их модулями. Она может основываться на уже существующей учебной литературе для студентов высших технических учебных заведений, например, на книгах серии “Математика в техническом университете”, выпущенных Издательством МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Для успешного освоения такой дисциплины необходимо обладать знаниями, умениями и навыками, приобретёнными в результате изучения предшествующих дисциплин (или их модулей), например, таких как физика; математический анализ; аналитическая геометрия; линейная алгебра; кратные и криволинейные интегралы, ряды;

дифференциальные уравнения; теория функций комплексного переменного; теория вероятностей, математическая статистика и теория случайных процессов; методы вычислений; теоретическая механика; сопротивление материалов; уравнения математической физики; механика и электродинамика сплошных сред.

2 Содержание дисциплины

Содержание дисциплины “Математическое моделирование” должно охватывать различные разделы математических, естественнонаучных и инженерных дисциплин, устанавливая между ними общую и неразрывную связь. Это важно для успешной подготовки студентов к будущей деятельности в условиях быстро изменяющегося мира, всеобщей взаимозависимости и глобальной конкуренции.

В рамках дисциплины следует рассматривать математические модели различных технических систем, уделяя особое внимание механическим, тепловым, гидравлическим и пневматическим системам. При этом желательно строить иерархию математических моделей и проводить их анализ, например, изучать как модели макроуровня, так и микроуровня одного и того же объекта.

Далее в качестве примера приведено содержание курса “Математическое моделирование”, который автор читает в МГТУ им. Н.Э. Баумана для магистрантов факультетов “Машиностроительные технологии”, “Специальное машиностроение” и “Энергомашиностроение”. Курс рассчитан на два семестра и состоит из четырёх модулей: основы математического моделирования, математические модели макроуровня, нелинейные математические модели макроуровня, математические модели микроуровня.

2.1 Модуль 1. Основы математического моделирования

Предмет, содержание и особенности курса. Структура курса, его значение и место в подготовке магистрантов. Роль математического моделирования. Моделирование и технический прогресс. Основные этапы математического моделирования.

Понятие математической модели, ее структура и свойства (полнота, точность, адекватность, экономичность, робастность, продуктивность и наглядность). Требования, предъявляемые к математическим моделям и принципы построения математических моделей. Классификация математических моделей (структурные, функциональные и структурно-функциональные модели; топологические и геометрические модели; имитационные, алгоритмические и аналитические модели; теоретические, эмпирические и полуэмпирические модели; стохастические и детерминированные модели; нестационарные (или эволюционные) модели; статические и квазистатические модели;

стационарные и квазистационарные модели; линейные, нелинейные и линеаризованные модели; непрерывные, дискретные и смешанные модели; одномерные, двумерные, трехмерные и многомерные математические модели). Принцип декомпозиции. Иерархия математических моделей и формы их представления (модели микро, макро и метауровня).

Размерность физической величины. Определяющие, определяемые и основные параметры технического объекта. Формулировка П-теоремы (с доказательством), следствия из П-теоремы и особенности использования П-теоремы. Особенности представления математической модели в безразмерной форме. Подобные процессы. Приведение к безразмерной форме математической модели микроуровня, описывающей процесс взаимодействия совершенного газа и твердого тела, движущегося с постоянной скоростью.

2.2 Модуль 2. Математические модели макроуровня

Потенциальные и потоковые величины. Уравнения состояния типового элемента. Особенности построения математических моделей систем, состоящих из большого числа взаимосвязанных между собой типовых элементов.

Активные и пассивные электрические двухполюсники. Уравнения состояния резистора, конденсатора и индуктивной катушки. Комплексные сопротивления электрических двухполюсников. Комплексное передаточное число (или комплексный коэффициент усиления) звена.

Простейшие элементы механических систем. Некоторые элементы тепловых систем. Математические модели типовых элементов гидравлических и пневматических систем. Электромеханическая, электротепловая, электрогидравлическая и электропневматическая аналогии и области их применения.

Об использовании математических моделей простейших типовых элементов. Математическая модель резистора, сопротивление которого зависит от его температуры. Уточненная математическая модель конденсатора.

Эквивалентная схема технической системы. Дуальные электрические цепи. Соответствие между величинами дуальных электрических цепей. Установление взаимосвязи между законами изменения падения напряжения и силы тока в дуальных цепях.

Двойственность электромеханической аналогии. Установление соответствия между величинами механических и электрических систем. Построение математических моделей механических систем с использованием второго варианта электромеханической аналогии.

Математические модели линейного осциллятора и их анализ. Применение уравнений Лагранжа второго рода для построения моделей технических систем. Задача о колебаниях крыла самолета относительно положения равновесия. Задача об электродинамическом датчике.

2.3 Модуль 3. Нелинейные математические модели макроуровня

Причины возникновения нелинейности в электрических, механических, тепловых, гидравлических и пневматических системах. Примеры постановок задач, приводящих к построению нелинейных математических моделей макроуровня.

Статические и стационарные нелинейные модели. Задача об определении равновесной температуры сферического спутника, находящегося на высокой околоземной орбите. Задача об аэродинамическом нагреве обшивки летательного аппарата. Задача о нахождении статической характеристики витой конической пружины равночастотного виброизолятора.

Некоторые нестационарные нелинейные модели. Общие свойства нестационарных нелинейных моделей, состоящих из обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Бифуркация и бифуркационные значения параметра. Задача об электрической цепи, содержащей электроды, между которыми может возникать вольтова дуга.

Простейшие нелинейные динамические модели. Консервативные и диссипативные механические системы. Автономные системы. Примеры постановок задач, приводящих к построению простейших нелинейных динамических моделей. Задача об осцилляторе с вязким турбулентным трением.

Положения равновесия консервативной системы. Исследование фазовых траекторий в окрестности положений равновесия консервативной системы. Анализ фазовых траекторий консервативной системы на всей фазовой плоскости. Примеры динамических систем, совершающих колебания с перескоком через неустойчивое положение равновесия. Анализ фазовых траекторий на фазовой плоскости и выявление особенностей в поведении таких систем.

Примеры постановок задач, приводящих к построению нелинейных диссипативных моделей. Задача об осцилляторе с сухим трением.

Автоколебательные системы. Основные элементы автоколебательных систем. Особенности автоколебательных систем с одной степенью свободы. Задача об автоколебательной системе, включающей осциллятор с линейным трением. Задача об автоколебательной системе, включающей осциллятор с сухим трением.

2.4 Модуль 4. Математические модели микроуровня

Математические модели микроуровня простейших элементов электрических систем. Уточнение математической модели длинного прямолинейного проводника с круглым поперечным сечением. Определение распределения плотности силы электрического тока в поперечном сечении проводника. Зависимость активного сопротивления проводника от угловой частоты колебаний переменного тока. Вычисление индуктивности проводника. Уточнение математической модели плоского электрического конденсатора. Зависимость комплексного сопротивления электрического конденсатора от угловой частоты колебаний переменного тока. Анализ уточненной математической модели электрического конденсатора.

Одномерные стационарные модели теплопроводности. Построение стационарной математической модели теплопроводности в слое пористого теплозащитного материала. Определение термического сопротивления слоя пористого теплозащитного материала. Анализ построенной модели. Стационарная математическая модель теплопроводности в стенке с криволинейной поверхностью и внутренним тепловыделением. Распределение температуры по толщине стенки в некоторых частных случаях. Тепловой взрыв.

Одномерные нестационарные модели теплопроводности. Нестационарная математическая модель теплопроводности в плоской стенке. Применение интегрального преобразования Лапласа для анализа этой модели. Построение нестационарной математической модели теплопроводности в двухслойной плоской стенке при неидеальном тепловом контакте между слоями. Анализ построенной модели. Этапы начального и регулярного нагрева. Определение установившегося распределения температуры по толщине стенки.

Одномерные нестационарные модели гидравлических систем. Коэффициент податливости трубопровода с круглым поперечным сечением. Построение математической модели участка горизонтального трубопровода, по которому течет идеальная сжимаемая жидкость. Скорость распространения возмущений (скорость звука) в жидкости, заполняющей трубопровод. Частный случай модели в виде волновых уравнений для давления и массового расхода жидкости. Определение граничных условий на концах трубопровода. Формулировка граничных условий для трубопроводов, объединенных в один узел.

Примеры построения математической модели гидравлической системы. Математическая модель участка горизонтального недеформируемого трубопровода, по

которому течет идеальная сжимаемая жидкость. Применение метода разделения переменных для анализа модели трубопровода с мгновенно перекрываемым поперечным сечением. Гидравлический удар. Анализ явления гидравлического удара в трубопроводе с использованием метода распространяющихся волн. Кавитация. Нахождение распределений давления и массового расхода жидкости при постепенном перекрытии трубопровода. Неполный гидравлический удар.

Применение математических моделей. Использование математических моделей стационарного и нестационарного процесса теплопроводности для решения задачи о выборе оптимальных параметров двухслойной сферической оболочки, внутри которой под давлением находится сильно нагретый газ.

3 Единый подход к построению математических моделей

Подходы к построению адекватной математической модели, способы и методы её изучения изложены в обширной учебной и научной литературе. Однако в некоторых случаях возможности математического моделирования, подробно рассмотренные, например, в работах [1–5], используются не достаточно рационально. Одна из причин нерационального использования возможностей математического моделирования заключается в том, что построенные математические модели не обладают нужными свойствами. Набор таких свойств может включать кроме свойств полноты, точности, адекватности, продуктивности, экономичности, робастности и другие свойства.

Разработка математической модели, в достаточной мере обладающей нужными свойствами применительно к конкретному исследованию, предполагает выполнение соответствующих требований, предъявляемых к математической модели. Такие требования противоречивы и на практике могут быть удовлетворены лишь на основе разумного компромисса. Последнее в значительной мере зависит от профессионального уровня исследователя, его творческого потенциала и интуиции.

Для построения таких моделей следует выполнять правила и рекомендации, которые стали итогом обобщения накопленного практического опыта разработки математических моделей. В этой связи особый интерес представляют принципы построения математических моделей, которые носят общий и универсальный характер. Так, например, в работе [6] сформулированы принципы, разумное использование которых в совокупности позволяет реализовать единый подход к построению математической модели, в достаточной мере обладающей нужными свойствами применительно к конкретному исследованию. Очевидно, что применение такой модели позволяет рационально использовать возможности математического моделирования.

4 Применение современных информационно-коммуникационных технологий

Сейчас значительно сокращаются часы, выделяемые на лекционные и практические занятия, а существенная часть материала дисциплины отводится на самостоятельную проработку. Это приводит к необходимости внедрения информационно-коммуникационных технологий в учебный процесс и к вытеснению традиционных методов обучения, когда преподаватель вынужден тратить много времени на написание формул и создание рисунков с помощью доски и мела.

В связи с этим следует обеспечить учебный процесс электронными учебными материалами по дисциплине “Математическое моделирование”: учебниками и учебными пособиями, содержащими материал для самостоятельной проработки, учебно-методическими материалами, конспектами лекций, справочными материалами, оценочными средствами для самопроверки, включая вопросы для самоконтроля, и другими необходимыми материалами. Студентам желательно предоставлять электронные средства обучения, возможность самотестирования и получения консультаций в онлайн-режиме.

Изучение дисциплины “Математическое моделирование” связано с необходимостью усвоения материала, сопровождающегося разнообразными понятиями и терминами из различных разделов математических дисциплин в сочетании с терминологией и многочисленными сведениями из естественнонаучных и инженерных дисциплин. Это обстоятельство создаёт при обучении трудности, в преодолении которых может помочь электронная информационно-справочная система. Особенности разработки такой системы изложены в работе [7].

Примером использования информационно-коммуникационных технологий является читаемый автором курс лекций по дисциплине “Математическое моделирование” для магистрантов факультетов “Машиностроительные технологии”, “Специальное машиностроение” и “Энергомашиностроение” МГТУ им. Н.Э. Баумана. В рамках такого курса лекционные занятия проходят в специально оборудованных аудиториях, что позволяет показывать мультимедиа-презентации, использовать Интернет-ресурсы с помощью оборудования, подключаемого к беспроводным сетям передачи данных. Такие курсы являются эффективным средством обучения, за ними — будущее, однако их создание — достаточно сложная и трудоёмкая работа, которая требует не только обширных познаний, но и использования современных инструментальных и программных средств.

Активное внедрение современных информационно-коммуникационных технологий в учебный процесс влечёт за собой становление информационно-

образовательной среды, важным элементом которой является Интернет-ресурс. Так, например, применение информационно-коммуникационных технологий в учебном процессе кафедры “Прикладная математика” МГТУ им. Н.Э. Баумана привело к созданию сайта кафедры “Прикладная математика” [8]. Сайт отражает различные стороны деятельности кафедры и содержит около 250 документов, предназначенных для студентов и преподавателей. Автор осуществил полный цикл разработки этого Интернет-ресурса, проводит работы по его обновлению и поддержанию. Сейчас сложно представить успешное проведение учебного процесса на кафедре “Прикладная математика” без такого Интернет-ресурса.

5 Организация учебных занятий

Дисциплина предполагает проведение лекций и практических занятий. На лекциях студенты изучают методы построения математических моделей с нужными свойствами, способы качественного и количественного анализа построенных математических моделей, методики практической интерпретации результатов математического моделирования. На практических занятиях они разрабатывают математические модели технических систем, обоснованно выбирают способы анализа построенных математических моделей, обрабатывают и представляют результаты математического моделирования.

Закрепление полученных знаний, умений и навыков достигается при выполнении индивидуальных домашних заданий. Их особенность заключается в разработке иерархии математических моделей и в проведении анализа полученных моделей, по результатам которого формулируются содержательные выводы, имеющие практическое значение.

Организация учебных занятий и система контроля результатов обучения должны создавать условия для объективной оценки полученных результатов, формировать у студентов мотивацию к систематической работе, повышать их состоятельность в обучении и развивать способность самоконтроля результатов обучения.

6 Индивидуальный подход в процессе обучения

Индивидуальный подход повышает эффективность обучения, способствует развитию личностных качеств и индивидуальных способностей студентов.

Для осуществления индивидуального подхода нужно в течение всего семестра проводить мониторинг результатов обучения каждого студента, объективно оценивать уровень полученных знаний, приобретённых умений и навыков, отмечая при этом личностные качества и индивидуальные способности студента. Это позволяет принимать

своевременные меры, направленные на повышение эффективности обучения, развитие личностных качеств и индивидуальных способностей студентов. Например, можно оказать помощь в адаптации студента к условиям учебного процесса, содействовать в осознанном выборе образовательной траектории, осуществить корректировку учебного материала индивидуально для каждого студента, предлагая ему дополнительные материалы для самостоятельного изучения.

Реализация индивидуального подхода предполагает обеспечение учебного процесса соответствующими средствами обучения, создание системы поощрения студентов.

Заключение

Дисциплина “Математическое моделирование” в значительной степени определяет уровень подготовки выпускников для научно-исследовательской, проектной, производственно-технологической, организационно-управленческой деятельности в области машиностроения и приборостроения.

При разработке содержания такой дисциплины следует учитывать начальный уровень подготовки студента и рекомендации, направленные на формирование общей и неразрывной связи между математическими, естественнонаучными и инженерными дисциплинами.

Математическая модель, которая в достаточной мере обладает нужными свойствами применительно к конкретному исследованию, является ценным интеллектуальным продуктом. В этой связи заслуживает внимания единый подход к построению таких моделей.

Значительное сокращение часов, выделяемых на лекционные и практические занятия, большой объём материала для самостоятельной проработки приводят к необходимости активного внедрения информационно-коммуникационных технологий в учебный процесс.

Выполнение современных требований, предъявляемых к дисциплине “Математическое моделирование”, предполагает соответствующую организацию учебных занятий и систему контроля результатов обучения.

Рассмотренные особенности реализации индивидуального подхода способствуют повышению эффективности процесса обучения, развитию личностных качеств и индивидуальных способностей студентов.

Учёт изложенных особенностей позволяет повысить качество подготовки выпускников, сделать их деятельность более успешной.

Список литературы

1. Dym C.L. Principles of Mathematical Modeling. Elsevier Academic Press, 2004. 303 p.
2. Velten K. Mathematical Modeling and Simulation: Introduction for Scientists and Engineers. Weinheim : Wiley-VCH-Verl., 2010. 348 p.
3. Зарубин В.С. Математическое моделирование в технике. М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. 495 с.
4. Мышкис А.Д. Элементы теории математических моделей. М. : ЛИБРОКОМ, 2011. 191 с.
5. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. М. : Физматлит, 2005. 316 с.
6. Маркелов Г.Е. Основные принципы построения математических моделей // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2005. № 4. С. 59–70.
7. Зарубин В.С., Маркелов Г.Е. Особенности разработки электронной информационно-справочной системы по математике для технических вузов // Учёные записки. Вып. 19. М. : ИИО РАО, 2006. С. 196–197.
8. Официальный сайт кафедры ФН-2 “Прикладная математика” [Электронный ресурс]. URL: <http://aplmath.bmstu.ru/> (дата обращения: 30.09.2013).