Наука и Образование
МГТУ им. Н.Э. Баумана
Сетевое научное издание
ISSN 1994-0408

Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 09. С. 298–317.

DOI: **10.7463/0915.0811659**

Представлена в редакцию: 06.09.2015
Исправлена: 21.09.2015

© МГТУ им. Н.Э. Баумана

УДК 62-523; 612.13; 532.5

Исследование влияния потока крови на динамику ротора искусственного желудочка сердца (ИЖС) на активных магнитных подшипниках (АМП)

Овсянникова Е. Е.[1,*], **Богданова Ю. В.**[1], **Гуськов А. М.**[1]

*eeovsyan@gmail.com

[1]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

В работе проведено моделирование динамики ротора на активных магнитных подшипниках (АМП) в рамках разработки математической модели динамики ротора осевого насоса искусственного желудочка сердца (ИЖС). Актуальность исследований в этой области обусловлена высоким процентом населения, страдающим заболеваниями сердца. Активные магнитные подшипники были выбраны из-за ряда преимуществ: 1) отсутствие механического трения, 2) меньшие по сравнению с остальными видами подшипников габариты, 3) наличие активной системы управления. Благодаря принципу магнитной левитации обеспечивается устойчивый бесконтактный подвес ротора в магнитном поле, а применение электронных систем управления позволяет контролировать поведение вращающегося ротора в потоке крови. Была разработана математическая модель жесткого ротора и получены результаты численного моделирования. Исследовано поведение системы при изменении коэффициентов управления.

Ключевые слова: активные магнитные подшипники, система управления, ПД регулятор, динамика ротора, сердечная недостаточность, механическая поддержка кровообращения, искусственный желудочек сердца

Введение

Механическая поддержка кровообращения (МПК) – комплекс мер по поддержанию или замещению функции сердца человека при заболеваниях сердечно-сосудистой системы. Одним из подходов в МПК является установка миниатюрного насоса для перекачивания крови из полости желудочка в восходящий отдел аорты. В клинической практике такой насос называется искусственным желудочком сердца (ИЖС). Компанией Thoratec Corporation (Плезантон, штат Калифорния, США) было разработано устройство ИЖС HeartMateIII на магнитных подшипниках, способное обеспечить перекачивание 10 литров крови в минуту при скорости вращения ротора от 6 000 до 15 000 об./мин [9]. Фирмой BerlinHeart (Германия) была создана модель ИЖС INCOR на магнитных

подшипниках, работающая на скоростях от 5 000 до 10 000 об./мин [11]. Компания JarvikHeart (Манхэттен, штат Нью-Йорк, США) выпустила ИЖС Jarvik 2000 на керамических подшипниках, способный перекачивать 7 литров крови в минуту [13]. Корпорация Terumo Corporation (Токио, Япония) разработала ИЖС DuraHeart на магнитных подшипниках, способный работать на различных скоростях и обеспечивать кровоток до 8 л/мин. [14]. Компанией ReliantHeartInc. (Хьюстон, штат Техас, США) было изобретено устройство HeartAssist5, обеспечивающее плавный, постепенный кровоток 2-10 л/мин [12].

В рамках данной работы рассматривается проблема стабилизации жесткого титанового с магнитными вставками ротора искусственного желудочка сердца (ИЖС) на активных магнитных подшипниках (АМП) в потоке крови.

Работа АМП основана на принципе активного магнитного подвеса ферромагнитного тела. Стабилизация тела в заданном положении осуществляется магнитными силами, действующими на тело со стороны управляющих электромагнитов. Токи подаются в обмотки электромагнитов посредством системы автоматического управления, состоящей из датчиков перемещений (сенсоров) электронного регулятора и усилителей мощности.

Широкое распространение в качестве основы системы управления получил пропорционально-дифференциальный закон регулирования – ПД регулятор. Причиной широкого распространения этого типа регулятора стали простота построения и промышленного использования, ясность функционирования, пригодность для решения большинства практических задач и невысокая стоимость.

ПД регулятор - устройство в цепи обратной связи, используемое в системах автоматического управления для формирования управляющего сигнала. Он состоит из 2-х независимых звеньев: пропорционального и дифференциального. Уравнение управления по току имеет вид[4]:

$$I(t) = K_p e + K_D \frac{de}{dt} \qquad (1)$$

Здесь $I(t)$ - измеряемая сила тока; K_p, K_d - пропорциональный и дифференциальный коэффициенты, $e = q - r$ - разница между действительными и желаемыми значениями обобщенных координат.

Существует два основных способа управления АМП: раздельное и многосвязное (оптимальное). В первом способе каждый из каналов управления регулируется автономно по сигналу своего датчика положения, перекрестные связи между каналами отсутствуют. Такой тип управления используется в подавляющем большинстве случаев, ввиду простоты регулятора и удобства его наладки. При оптимальном управлении существуют связи между каналами.

В работе представлены исходные данные, расчетная схема и допущения, принятые для решения поставленной задачи, вывод уравнений динамики вращающегося жесткого ротора на АМП. Далее приведены результаты численных расчетов и сделаны выводы.

Цель исследования

Работа посвящена моделированию динамики ротора, опирающегося на активные магнитные подшипники, вращающегося со скоростью 5000 - 10000 об/мин. Требуется сконструировать ПД-регулятор, обеспечивающий позиционирование ротора не более 0.2 мм.

1. Постановка задачи. Исходные данные

В табл. 1 представлены исходные данные для расчета динамики ротора на АМП.

Таблица 1. Исходные данные

№	Наименование	Значение
1.	Материал ротора	титан с магнитными вставками
2.	Плотность	4540 кг/м^3
3.	Длина	$22 \cdot 10^{-3}$ м
4.	Максимальное смещение ротора	$0.2 \cdot 10^{-3}$ м
5.	Заданная частота вращения	5000 - 10000 об/мин.

2. Расчетная схема

Имеем вал ротора, опирающегося на активные магнитные подшипники.

Рассматривается симметричный однородный жесткий ротор массой M, вращающийся вдоль продольной оси с постоянной угловой скоростью Ω в двух радиальных активных магнитных подшипниках АМП1 и АМП2. Схема приведена на рис.1.

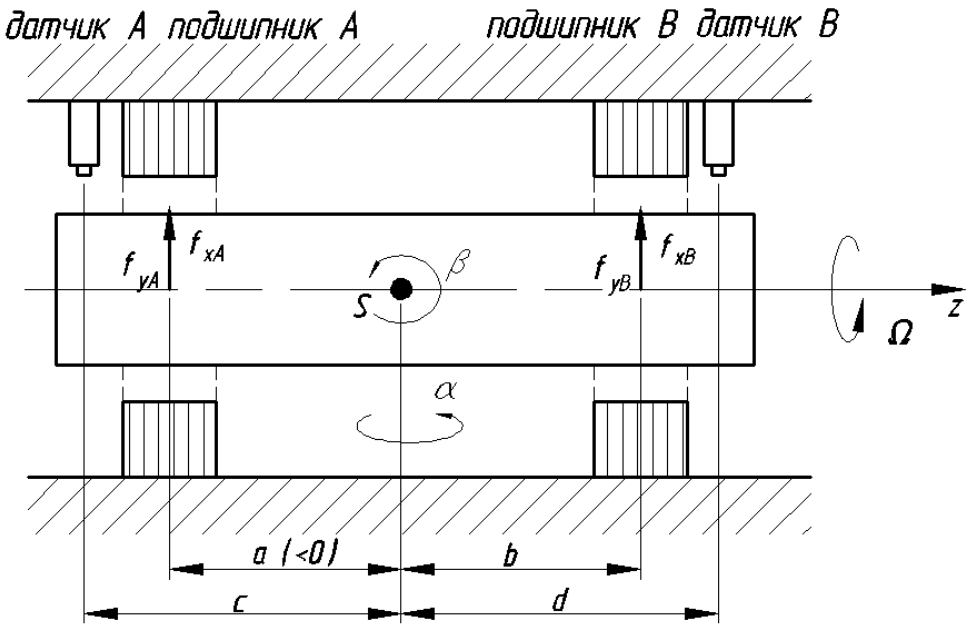

Рис.1. Расчетная схема ротора на АМП

Свяжем с ротором систему осей $O_{X'Y'Z'}$ так, что бы ось $O_{z'}$ совпадала с его 301еометриической продольной осью, а поперечные оси проходили через его центр масс S (рис. 1).

Допущения, принятые при записи уравнений движения:

1. Ротор симметричный и жесткий.
2. В номинальном исходном положении центр масс ротора S совпадает с началом отсчета системы координат I - $x_1y_1z_1$.
3. Отклонения от начальных размеров малы по сравнению с размерами ротора. Это позволяет линеаризовать уравнение движения и разделить радиальное и осевое движения.
4. Положение ротора, включающее поступательные и угловые смещения, характеризуются положением системы координат, связанной с ротором, $S_{X_0Y_0Z_0}$ по отношению к системе координат I - $x_1y_1z_1$.
5. Угловая скорость ротора Ω вокруг оси z постоянна.
6. Движение ротора описывается перемещениями x_S, y_S центра масс S по отношению к неподвижной системе отсчета O_{XYZ}. Отклонения и угловое вращение ротора вокруг оси описываются тремя карданными углами α, β, γ, где $\dot{\gamma} = \Omega$.

Линеаризация приводит к двум характерным углам вращения α, β вокруг осей X и Y соответственно. Таким образом, движение ротора описывается вектором обобщенных координат $\mathbf{q} = [\beta, x_\mathbf{s} - \alpha, y_\mathbf{s}]^\mathbf{T}$.

Данные для расчета представлены в табл. 2.

Таблица 2. Данные для расчета

Наименование	**Значение**
Расстояние от центра масс до подшипников	a = 9·10^{-3}м b = 9·10^{-3}м
Расстояние от центра масс до сенсоров	c = 10·10^{-3} м d = 10·10^{-3} м
Диаметр ротора	15.6·10^{-3} м

3. Уравнение движения

Для вывода дифференциальных уравнений используется уравнение движения Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Z_i$$

для обобщенных координат

$$\mathbf{q} = \{\beta, x_S, -\alpha, y_S\}^T$$

$\mathbf{T}$ - кинетическая энергия.

$$T = \frac{1}{2} m\left(\dot{x}_S^{\,2} + \dot{y}_S^{\,2} + \dot{z}_S^{\,2}\right) + \frac{1}{2}\left(I_{x0}\Omega_{x0}^{\,2} + I_{y0}\Omega_{y0}^{\,2} + I_{z0}\Omega_{z0}^{\,2}\right)$$

$\mathbf{Z_i}$ - обобщенные силы.

Угловые скорости выражены в координатах системы $S_{X_0Y_0Z_0}$, связанной с ротором:

$$\mathbf{\Omega} = \begin{Bmatrix} \Omega_{x0} \\ \Omega_{y0} \\ \Omega_{z0} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\alpha}\cos(\Omega t) + \dot{\beta}\sin(\Omega t) \\ -\dot{\alpha}\sin(\Omega t) + \dot{\beta}\cos(\Omega t) \\ \Omega \end{bmatrix}$$

Обобщенные силы Z_i, зависящие от сил в подшипниках, будут иметь вид:

$$\begin{Bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \end{Bmatrix} = \mathbf{Z} = \mathbf{B}\mathbf{F}_{\mathbf{AMB}}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a & b & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Таким образом, уравнение движения (1) будет иметь вид:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{B}\mathbf{F}_{\mathbf{AMB}} \qquad (2)$$

С учетом внешнего воздействия:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{B}\mathbf{F}_{\mathbf{AMB}} + \mathbf{F}_{\mathbf{ext}} \qquad (3)$$

Выражение (2) – без учета внешних сил, выражение (3) – с учетом внешних сил.

Здесь $\mathbf{M}$ - симметричная положительно-определенная матрица инерции,

$\mathbf{G}$ - кососимметричная матрица гироскопических моментов,

$\mathbf{F_{AMB}}$ - вектор обобщенных реакций подвеса,

$\mathbf{F_{ext}}$ - вектор внешних возмущающих сил.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} I_{x0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{y0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = I_{z0}\Omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (4)$$

Жесткость подшипников k для простоты берется одинаковой для всех подшипников и выражение для сил, возникающих в подшипниках, приобретает вид:

$$\mathbf{F}_{\text{АМВ}} = -k\begin{Bmatrix} x_a \\ y_a \\ x_b \\ y_b \end{Bmatrix} = -k\begin{bmatrix} a & b & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{q} \tag{5}$$

$$\mathbf{Z} = \mathbf{B}\mathbf{F}_{\text{АМВ}} = -k\mathbf{B}\begin{bmatrix} a^2+b^2 & a+b & 0 & 0 \\ a+b & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^2+b^2 & a+b \\ 0 & 0 & a+b & 2 \end{bmatrix} = -\mathbf{K}\mathbf{q} \tag{6}$$

Данные преобразования окончательно приводят уравнение (2) к уравнению движения:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = 0 \tag{7}$$

С учетом внешнего воздействия:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} - \mathbf{F}_{\text{ext}} = 0$$

4. Учет активных магнитных подшипников

Выходные сигналы, т.е. измеренные смещения ротора x_{seA} и x_{seB} объединены в вектор $\mathbf{y}$, согласно следующим выражениям:

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{q},\ \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c & 1 & 0 & 0 \\ d & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 1 \\ 0 & 0 & d & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{y} = \begin{Bmatrix} x_{seA} \\ x_{seB} \\ y_{seA} \\ y_{seB} \end{Bmatrix}$$

Обобщенные электромагнитные реакции подвеса $\mathbf{F}$ создаются управляющими магнитными силами подшипников:

$$\mathbf{F}_{\text{АМВ}} = \{F_{ax}, F_{bx}, F_{ay}, F_{by}\}^T$$

Управляющие магнитные силы приложены к ротору в точках управления АМП1 и АМП2. Векторы $\mathbf{F}$ и $\mathbf{F}_{\text{АМВ}}$ связаны соотношениями:

$$\mathbf{F} = \mathbf{B}^T\mathbf{F}_{\text{АМВ}}$$

В предположении малости отклонения переменных от их номинальных значений или значений смещений используют линеаризованное выражение для магнитных сил.

$$\mathbf{F}_{\text{AMB}} = \begin{Bmatrix} f_{xA} \\ f_{xB} \\ f_{yA} \\ f_{yB} \end{Bmatrix} = -\mathbf{K}_\mathbf{s}\mathbf{q}_\mathbf{b} + \mathbf{K}_\mathbf{i}\mathbf{i} = \ldots$$

$$= -\begin{bmatrix} k_{sA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{sB} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{sA} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{sB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{bA} \\ x_{bB} \\ y_{bA} \\ y_{bB} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{iA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{iB} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{iA} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{iB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} i_{xA} \\ i_{xB} \\ i_{yA} \\ i_{yB} \end{Bmatrix} \tag{8}$$

Вектор $\mathbf{i} = \{i_{x1}, i_{x2}, i_{y1}, i_{y2}\}^T$ содержит управляющие токи, $\mathbf{K}_s, \mathbf{K}_i$ - матрицы позиционных «отрицательных жесткостей» и токовых жесткостей каналов управления. Коэффициенты k_s могут не совпадать в общем случае для АМП1 и АМП2, однако для направлений x и y являются одинаковыми.

Коэффициент k_s связывает магнитную силу и перемещение тела. Как и жесткость пружины, работающей на растяжение-сжатие, он измеряется в Н·м$^{-1}$. Однако если сила упругости пружины всегда направлена в сторону, противоположную перемещению, и стремится вернуть тело в положение равновесия, то рассматриваемая составляющая магнитной силы направлена в сторону перемещения и, следовательно, стремится дестабилизировать систему.

Коэффициент k_i связывает магнитную силу и ток. Он измеряется в Н·А$^{-1}$ и называется токовой жесткостью подвеса.

Согласно [1]:

$$k_{s\,AB} = \frac{2L_s n_s^2 i_{cs}^2}{d_s^2}, \; k_{i\,AB} = \frac{2L_s n_s i_{cs}}{d_s}, \; s = 1,2,3,4, \tag{2}$$

где L_s - индуктивность активных обмоток, n_s - коэффициент числа полюсов, d_s - зазор, i_{cs} - ток смещения.

Путем объединения уравнений модели ротора (2), (7), и линеаризованных сил в подшипниках (8), получаем следующее основное дифференциальное уравнение движения жесткого ротора в активных магнитных подшипниках:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{B}\left(-\mathbf{K}_\mathbf{S}\mathbf{q}_\mathbf{b} + \mathbf{K}_i\mathbf{i}\right) \tag{10}$$

Уравнение движение записано в координатах центра масс $\mathbf{q}$. Связь между векторами $\mathbf{q}$ и $\mathbf{q}_\mathbf{b}$ имеет вид:

$$\mathbf{q_b} = \begin{Bmatrix} x_{bA} \\ x_{bB} \\ y_{bA} \\ y_{bB} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 1 & 0 & 0 \\ b & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & b & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta \\ x \\ -\alpha \\ y \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{q_b} = \mathbf{B}^T\mathbf{q} \tag{3}$$

где $\mathbf{B}^T$ - матрица преобразований, устанавливающая связь между обобщенными координатами центра масс $\mathbf{q} = \{\beta, x_s - \alpha, y_s\}^T$ и смещениями ротора внутри магнитных подшипников $\mathbf{q_b} = \{x_{bA}, x_{bB}, y_{bA}, y_{bB}\}^T$.

Таким образом, подставляя (11) в выражение (10), получим следующее дифференциальное уравнение относительно координат $\mathbf{q}$:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} = \underbrace{-\mathbf{B}\mathbf{K}_S\mathbf{B}^T}_{-\mathbf{K}_{SS}}\mathbf{q} + \mathbf{B}\mathbf{K}_i\mathbf{i} \tag{12}$$

Выражение (12) включает в себя отрицательную жесткость подшипников $\mathbf{K}_{sS}$, записанную для координат центра масс. Слагаемое с жесткостью можно перенести в левую часть уравнения, каким образом, что справа останется только управляющее слагаемое:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_{ss}\mathbf{q} = \mathbf{B}\mathbf{K}_i\mathbf{i} \tag{13}$$

Все матрицы в левой части уравнения симметричны. Уже на этом этапе можно сделать первые выводы об устойчивости движения. Из (4) можно заметить, что матрица масс $\mathbf{M}$ симметрична, а гироскопическая матрица $\mathbf{G}$ - кососимметрична. Симметричность преобразованной матрицы жесткости подшипников $\mathbf{K}_{sS}$ так же видна из (12), учитывая, что матрица $\mathbf{K}_s$ - диагональная.

$$\mathbf{K}_{sS}^T = \left(\mathbf{B}\mathbf{K}_s\mathbf{B}^T\right)^T = \mathbf{B}\mathbf{K}_s^T\mathbf{B}^T = \mathbf{K}_{sS}$$

$$\mathbf{K}_{sS} = \begin{bmatrix} k_{sA}a^2 + k_{sB}b^2 & k_{sA}a + k_{sB}b & 0 & 0 \\ k_{sA}a + k_{sB}b & k_{sA} + k_{sB} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{sA}a^2 + k_{sB}b^2 & k_{sA}a + k_{sB}b \\ 0 & 0 & k_{sA}a + k_{sB}b & k_{sA} + k_{sB} \end{bmatrix}$$

5. Децентрализованное управление магнитным подвесом

Самый прямой и интуитивный подход к моделированию закона управления для движения жесткого ротора в магнитных подшипниках, описываемого уравнением (13) - это реализация схемы управления ПД - регулятора местно для каждого подшипникового узла и отдельно для каждых осей, как показано на рисунке (рис. 2). Это означает, что

подшипники и сенсоры не связаны, т.е. что их оси разнесены на некоторое расстояние. Эта нефиксированная позиция используется в большинстве промышленных систем с магнитными подшипниками, т.е. сенсоры обычно не встраиваются в подшипники.

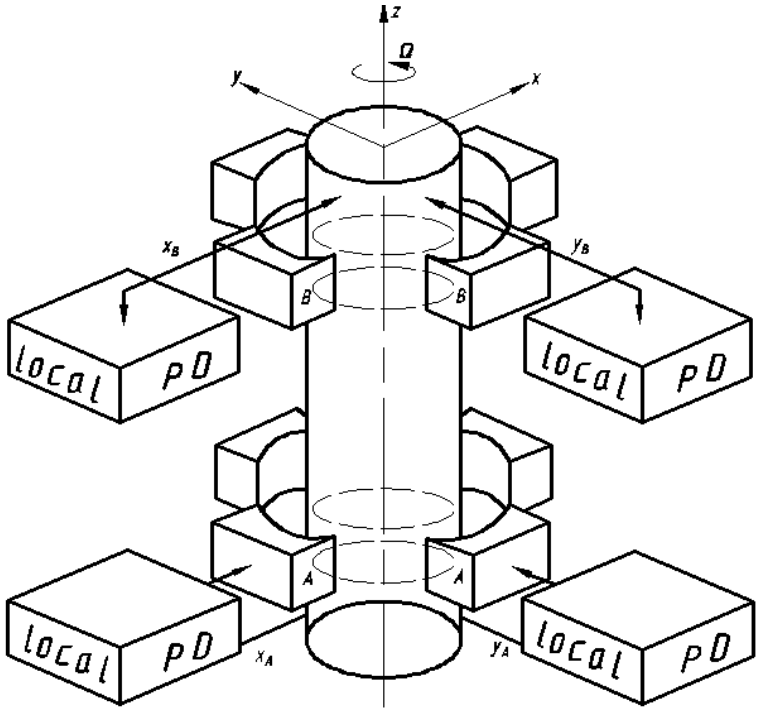

Рис.2. Децентрализованное управление ПД-регулятором (также называемое местным управлением)

Автономное управление, показанное на рисунке (рис.2), обеспечивает каждый сигнал с сенсора отвечающим ему управлением на подшипнике, используя коэффициенты усиления $P_{A,B}$ и $D_{A,B}$ соответственно.

$$\begin{cases} i_{xA} = -P_A x_{seA} - D_A \dot{x}_{seA} \\ i_{xB} = -P_B x_{seB} - D_B \dot{x}_{seB} \\ i_{yA} = -P_A x_{yeA} - D_A \dot{y}_{yeA} \\ i_{xB} = -P_B y_{seB} - D_B \dot{y}_{seB} \end{cases} \qquad (14)$$

Уравнения (14) могут быть приведены к матричному виду путем совмещения четырех выходных сигналов в один выходной вектор $\mathbf{y}$:

$$\mathbf{i} = -\left(\mathbf{P}\mathbf{y} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{y}}\right) \qquad (15)$$

здесь

$$\mathbf{P} = diag\left(P_A, P_B, P_A, P_B\right),\ \mathbf{D} = diag\left(D_A, D_B, D_A, D_B\right)$$

Оценочные значения коэффициентов усиления определяются соотношениями [7]:

$$P_A = P_B = \frac{-2k_{sA,B}}{k_{iA,B}},\ D_A = D_B = \frac{\sqrt{\frac{-Mk_{sA,B}}{2}}}{k_{iA,B}},$$

где M - масса ротора, $k_{sA,B}$, $k_{iA,B}$ - коэффициенты, описываемые соотношениями (2).

Комбинация динамической модели ротора (2), (6) с соотношениями выходных сигналов (15) даст дифференциальное уравнение:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_{ss}\mathbf{q} = \mathbf{B}\mathbf{K}_i(\mathbf{P}\mathbf{C}\mathbf{q} + \mathbf{D}\mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}) \quad (16)$$

Уравнение (16) может быть преобразовано к виду:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_{ss}\mathbf{q} + \underbrace{\mathbf{B}\mathbf{K}_i\mathbf{P}\mathbf{C}}_{\mathbf{K_C}}\mathbf{q} + \underbrace{\mathbf{B}\mathbf{K}_i\mathbf{D}\mathbf{C}}_{\mathbf{D_C}}\dot{\mathbf{q}} = 0 \quad (17)$$

Матрицы $\mathbf{K_C}$ и $\mathbf{D_C}$ - матрицы жесткости и демпфирования соответственно.

Приведем уравнение движения (17) к стандартной форме Коши. Система может быть сведена к восьми однородным дифференциальным уравнениям первого порядка. Вектор состояния будет иметь размерность 1x8. Преобразуем его в блочный вид:

$$\mathbf{Y} = \begin{Bmatrix} \mathbf{y_1} \\ \mathbf{y_2} \end{Bmatrix}$$

где $\mathbf{y_1} = \mathbf{q}$, $y_2 = \dot{y}_1 = \dot{\mathbf{q}}$.

Тогда система (17) с учетом внешнего возмущающего воздействия примет вид:

$$\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{A}\mathbf{Y} + \mathbf{F}$$

Матрица $\mathbf{A}$ и вектор $\mathbf{F}$ блочные:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{M}^{-1}\left(\mathbf{T}_b^T\mathbf{K}_s\mathbf{T}_b + \mathbf{K}_I\mathbf{K}_1\mathbf{T}_s\right) & \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{G}+\mathbf{D}) \end{bmatrix},\ \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_{ext} \end{bmatrix}$$

где $\mathbf{I}$ - единичная матрица размерностью 2x2, $\mathbf{0}$ - нулевая матрица размерностью 2x2.

6. Ограничения децентрализованного управления

Как было показано ранее, использование децентрализованного (местного) управления при моделировании динамики жесткого ротора в активных магнитных подшипниках, физически оправдано и имеет некоторые преимущества. Одним из важнейших преимуществ является вычисление параметров управления на основе физических факторов путем подбора подходящих значений параметров жесткости и демпфирования. Несмотря на тот факт, что данный подход учитывает магнитные подшипники как обычные механические подшипники и демпферы без учета остальных их многочисленных достоинств, было показано, что децентрализованное управление хорошо применимо к большому числу систем с АМП без значительных недостатков[3]. В большинстве таких случаев АМП системы с обратной связью демонстрируют приемлемое выполнение и надежные свойства, отвечающие требованиям стандарта ISO 14839 для магнитных подшипников[15].

7. Учет внешнего возмущающего воздействия

Ротор воспринимает нагрузку $\mathbf{F}_{ext}$ в виде момента от воздействия гидродинамической силы в потоке жидкости.

$$M_x = C\mu\pi R^2 l\Omega\left(-\dot{\alpha}\right),\ M_z = -C\mu\pi R^2\Omega,\ M_y = C\mu\pi R^2 l\Omega\left(-\dot{\beta}\right)$$

где μ - вязкость крови, $\mu = (3-4)\cdot 10^{-3}$Па $\cdot$ с при 37 °С.

C - коэффициент сопротивления среды, $C =$ 0,91- 0,85.

R - радиус ротора,

l - длина ротора,

Ω- частота вращения ротора.

Запишем момент в проекциях на оси

$$\vec{\mathbf{M}} = -C\mu\pi R^2 l\dot{\alpha}\vec{\mathbf{i}} - C\mu\pi R^2 l\dot{\beta}\vec{\mathbf{j}} - C\mu\pi R^2 l\Omega\vec{\mathbf{e}}$$

здесь

$$\vec{\mathbf{e}} = \vec{\mathbf{k}} - \alpha\vec{\mathbf{j}} + \beta\vec{\mathbf{i}}\,.$$

В итоге получаем момент в векторном виде

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{M}} = &\left(-C\mu\pi R^2 l\Omega\beta - C\mu\pi R^2 l\dot{\alpha}\right)\vec{\mathbf{i}}\cdots\\ &+\left(C\mu\pi R^2 l\Omega\alpha - C\mu\pi R^2 l\dot{\beta}\right)\vec{\mathbf{j}}\cdots\\ &-C\mu\pi R^2 l\Omega\vec{\mathbf{k}}\end{aligned}$$

и, соответственно, в матричном виде

$$\begin{Bmatrix}M_x\\M_y\\M_z\end{Bmatrix} = C\mu\pi R^2 l\begin{Bmatrix}-\dot{\alpha}-\Omega\beta\\-\dot{\beta}+\Omega\alpha\\-\Omega\end{Bmatrix}$$

8. Численное моделирование

Исследование динамики ротора на АМП проводилось в программном комплексе MATLAB©. Моделирование выполнено с возможностью наблюдать поведение системы при варьировании параметров.

Код программы приведен в приложении.

Решаем систему уравнений на интервале t от 0 до 50 с, считая скорость вращения ротора постоянной и равной $\Omega = 5000$ об/мин и $\Omega = 10000$ об/мин. Для удовлетворения требуемого значения к максимальному смещению ротора не более $|D| = 0.2$ мм, были подобраны следующие значения коэффициентов управления ПД-регулятора. Выбранные значения проиллюстрированы графиками.

Результаты численного решения для времени 10 с, $\Omega = 5000$ об/мин и коэффициентов $k_{sA,B} = -1\cdot 10^{-2}$Н $\cdot$ м$^{-1}$, $k_{iA,B} = 250$ Н $\cdot$ А$^{-1}$, (рис.3, 4).

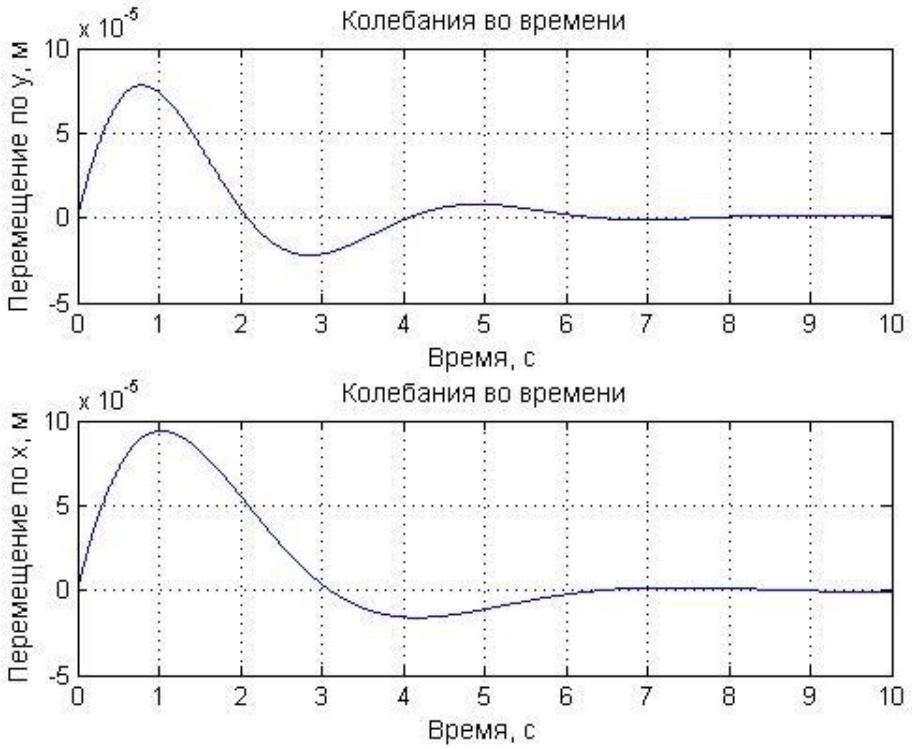

Рис.3. Перемещения координаты центра масс по осям y и x во времени

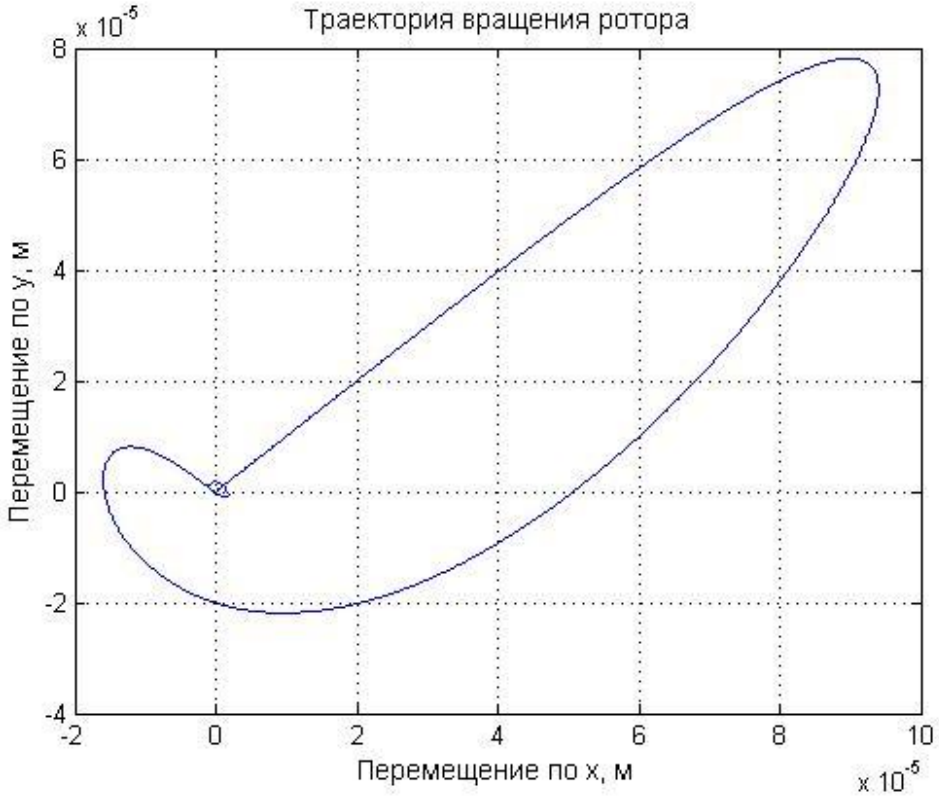

Рис.4. Траектория вращения ротора

Результаты численного решения для времени 10 с, $\Omega = 5000$ об/мин и коэффициентов $k_{sA,B} = -1 \cdot 10^3 \text{Н} \cdot \text{м}^{-1}, k_{iA,B} = 250 \text{ Н} \cdot \text{А}^{-1}$, (рис. 5, 6).

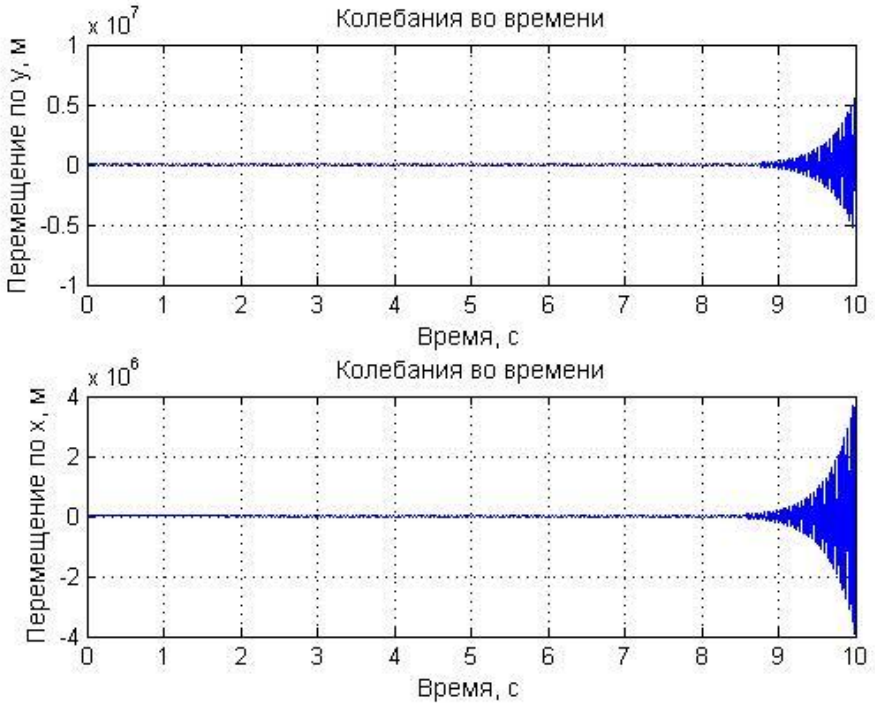

Рис.5. Перемещения координаты центра масс по осям y и x во времени

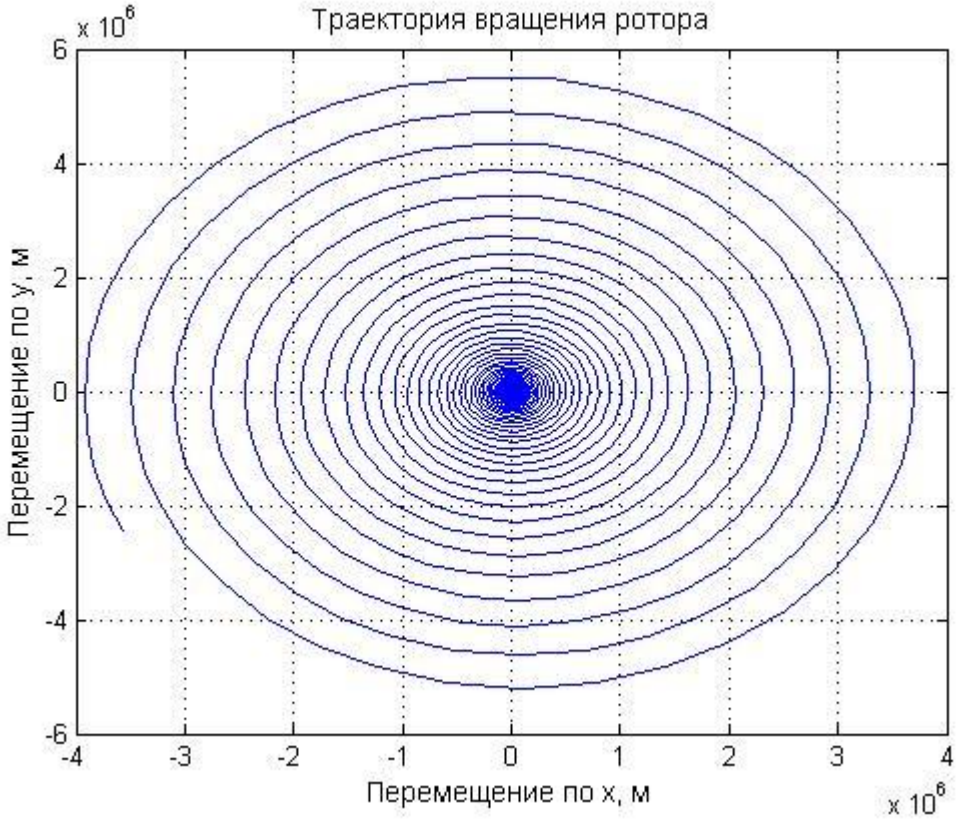

Рис.6. Траектория вращения ротора

Результаты численного решения для времени 0.5 с, $\Omega = 10000$ об/мин и коэффициентов $k_{sA,B} = -1 \cdot 10^3 \text{Н} \cdot \text{м}^{-1}, k_{iA,B} = 250 \text{ Н} \cdot \text{А}^{-1}$, (рис. 7,8)

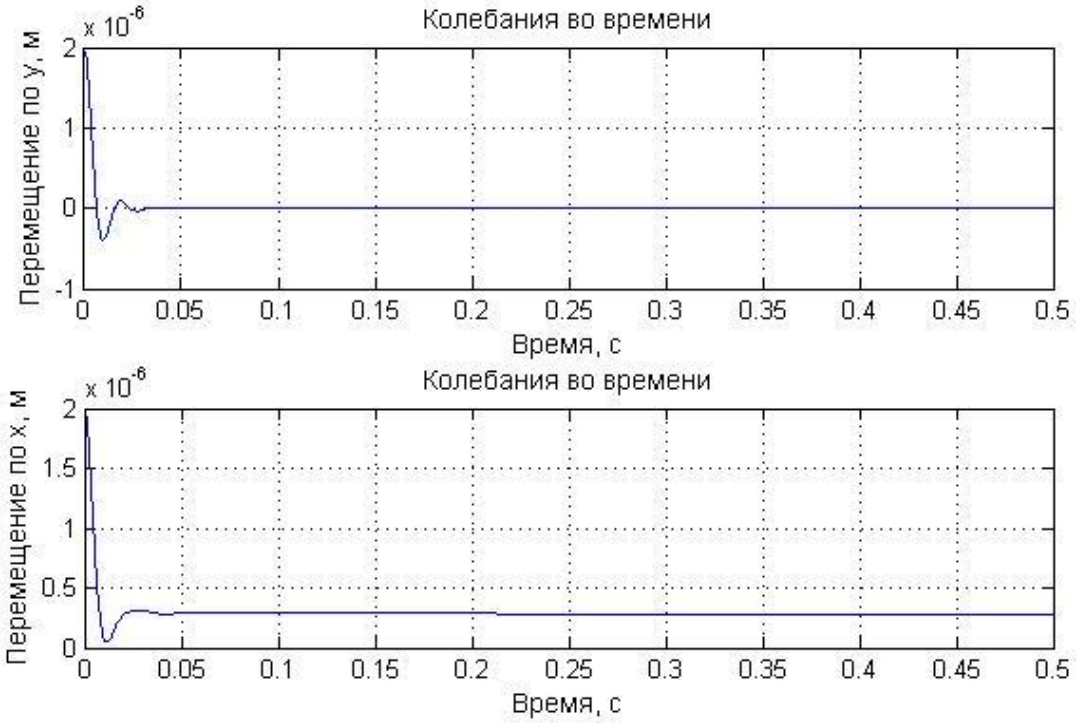

Рис.7. Перемещения координаты центра масс по осям y и x во времени

Рис.8. Траектория вращения ротора

Результаты численного решения для времени 2 с, $\Omega = 10000$ об/мин и коэффициентов $k_{sA,B} = -1 \cdot 10^1 \text{Н} \cdot \text{м}^{-1}, k_{iA,B} = 250 \text{ Н} \cdot \text{А}^{-1}$, (рис. 9).

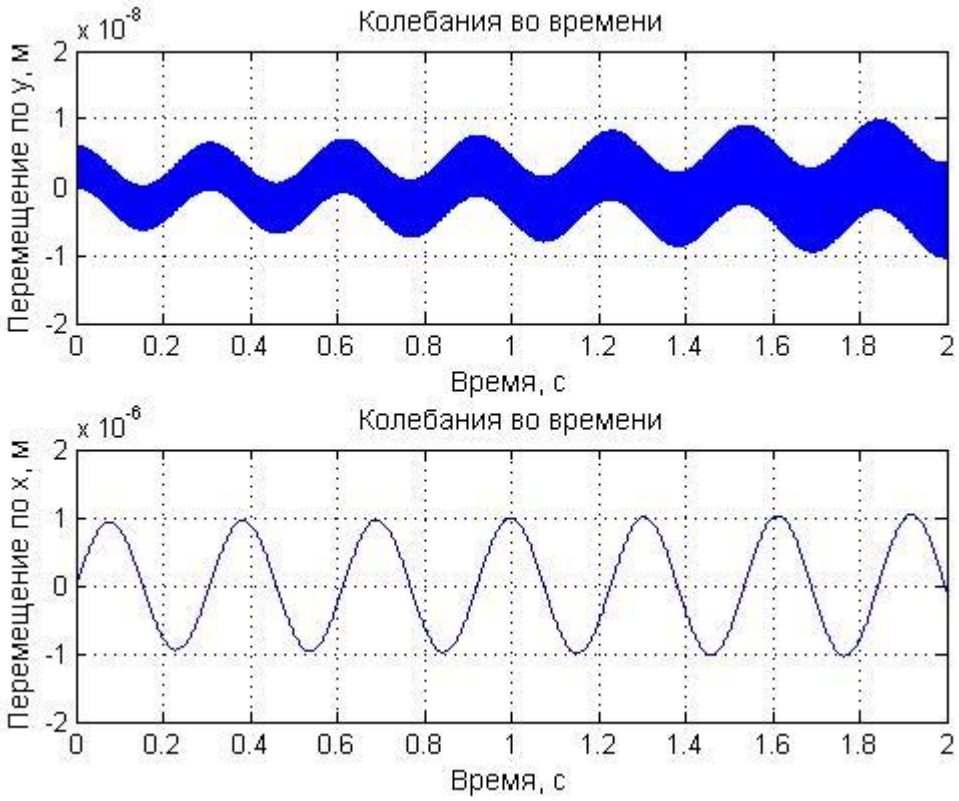

Рис.9. Перемещения координаты центра масс по осям y и x во времени

Заключение и выводы

Выполнено моделирование динамики вращающегося ротора на магнитных подшипниках с учетом принятых допущений. Проведенное исследование показало, что с помощью оценочных формул и путем дальнейшего подбора коэффициентов усиления ПД управления удовлетворить заданным требованиям максимального смещения ротора не более 0.2 мм можно при следующих значениях коэффициентов:

$$k_{sA} = k_{sB} = -1 \cdot 10^{-2}\ \text{Н} \cdot \text{м}^{-1} \quad k_{sA} = k_{sB} = -1 \cdot 10^{3}\ \text{Н} \cdot \text{м}^{-1}$$
$$k_{iA} = k_{iB} = 250\ \text{Н} \cdot \text{А}^{-1} \quad , \quad k_{iA} = k_{iB} = 250\ \text{Н} \cdot \text{А}^{-1} \quad .$$

При заданных значениях коэффициентов усиления обеспечивается стабилизация положения оси ротора за 10 и 0.5 секунд для возмущений, находящихся в диапазоне $10 \cdot 10^{-5}$ и $2 \cdot 10^{-6}$ м соответственно.

Было проведено исследование поведения системы при изменении коэффициентов управления.

Исходя из полученных значений коэффициентов усиления можно оценить параметры магнитных подшипников и подобрать необходимые в зависимости от заданных конструкционных и технических требований к работе ротора.

Проведенная работа предполагает дальнейшее исследование проблемы позиционирования ротора на активных магнитных подшипниках с целью усовершенствования предлагаемой разработки.

Благодарность

Данная работа проведена при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках гранта РФФИ № 15-29-01085 офи_м от «28» апреля 2015 г.

Список литературы

1. Богданова Ю.В., Гуськов А.М. Моделирование динамики ротора электрошпинделя на магнитных подшипниках // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 1. С. 201-220. DOI: 10.7463/0115.0753146
2. Бидерман В.Л**.** Теория механических колебаний. М.: Высшая школа, 1980. 480 с.
3. Журавлев Ю.Н. Активные магнитные подшипники: теория, расчет, применение. СПб.: Политехника, 2003. 206 с.
4. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: Физматгиз, 1961. 824 с.
5. Genta G. Part 3: Dynamics of Rotating and Reciprocating Machinery // In book: Vibration Dynamics and Control. Springer US, 2009. P. 577-824.
6. Muszynska A. Ch. 3: Basic Rotordynamics: Extended Rotor Models // In book: Rotordynamics. Minden, Nevada, U.S.A.: Taylor & Francis Group, LLC, 2005. P. 113-117.
7. Schweizer G., Maslen E.H. Ch. 7: Dynamics of the Rigid Rotors; Ch. 8: Control of the Rigid Rotor in AMBs // In book: Magnetic Bearings. Theory, Design and Application to Rotating Machinery. Springer Berlin Heidelberg, 2009. P. 167-189; P. 191-228.
8. Немецкий кардиологический Центр в Берлине (DHZB): сайт. Режим доступа: http://www.dhzb.ru (дата обращения 30.08.2015).
9. Thoratec HeartMate II® LVAD // MyLVAD: company website. Режим доступа: http://www.mylvad.com/lvad-devices/heartmate-ii-lvad (дата обращения 10.09.2015).
10. HeartMate II Left Ventricular Assist System: website. Режим доступа: http://heartmateii.com/ (дата обращения 10.09.2015).
11. Berlin Heart INCOR®: website. Режим доступа: http://www.berlinheart.de/index.php/mp/content/products/incor (дата обращения 10.09.2015).
12. ReliantHeart: website. Режим доступа: http://reliantheart.com/category/press-releases/ (дата обращения 11.09.2015).
13. Jarvic Heart: website. Режим доступа: http://www.jarvikheart.com/ (дата обращения 11.09.2015).
14. Texas Heart® Institute: website. Режим доступа: http://www.texasheart.org/Research/Devices/duraheart_lvas.cfm (дата обращения 14.09.2015).

15. ISO 14839-1:2002. Mechanical vibration -- Vibration of rotating machinery equipped with active magnetic bearings -- Part 1: Vocabulary. 2014. 30 p. // ISO Standarts: website. Режим доступа: http://www.iso.org/iso/home/store/catalogue_tc/catalogue_detail.htm?csnumber=25726 (дата обращения 14.09.2015).

Science & Education of the Bauman MSTU
Electronic journal
ISSN 1994-0408

Science and Education of the Bauman MSTU, 2015, no. 09, pp. 298–317.

DOI: **10.7463/0915.0811659**

Received: 06.09.2015
Revised: 21.09.2015

© Bauman Moscow State Technical Unversity

The Research of Influence of Blood upon the Dynamics of Artificial Ventricle Rotor on Active Magnetic Bearings

E.E. Ovsiannikova[1,*], Yu.V. Bogdanova[1], A.M. Guskov[1]

[*] eeovsyan@gmail.com

[1]Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: active magnetic bearings, control system, rotordynamics, PD cotroller, mechanical heart support system, ventricular assist device, heart failure

The article studies dynamics of rotor on active magnetic bearings within the mathematical model development of rotor in artificial ventricle. The problem of stabilization of rigid titanium rotor with magnetic inserts on active magnetic bearings is analyzed.

The relevance of the research field is caused by high percent of people who are suffering from heart disease. The purposes of work are to create a mathematical model of the rigid rotor and position its center to meet specified requirements for displacement of no more than 0.2 millimeter while rotating with the speed from 5 000 rpm to 10 000 rpm in constant blood flow. The work of AMBs is based on the principle of active magnetic pendant of ferromagnetic solid. The stabilization in adjusted position is accomplished by magnetic forces, which affect the solid from the control electromagnets.

The article presents initial data, design scheme, assumptions accepted to solve the problem and derivation of dynamic equation of rotating rigid rotor on AMBs. The decentralized control of magnetic pendant was implemented. The PD control – proportional differential control - was chosen as the base of control system. Its application is widespread due to the simplicity, industrial use and operation stability. The use of decentralized control in dynamics modeling of a rigid rotor in AMBs is physically occurred and has some advantages. One of the most important advantages is the calculation of control parameters by selection of appropriate values of rigidity and damping parameters.

The analysis of rotor dynamics was conducted in MATLAB© software package.

The modeling was performed to allow observing the system action while the parameters were varied.

The conducted research showed that to meet the specified requirements of maximal rotor displacement no more than 0.2 mm the following values of coefficients were required:

$$k_{sA} = k_{sB} = -1 \cdot 10^{-2}\text{Н} \cdot \text{м}^{-1}, k_{iA} = k_{iB} = 250\text{Н} \cdot \text{А}^{-1}$$

and

$$k_{sA} = k_{sB} = -1 \cdot 10^3 \text{Н} \cdot \text{м}^{-1}, k_{iA} = k_{iB} = 250 \text{Н} \cdot \text{А}^{-1}.$$

The stabilization of the rotor axis position is provided in 10 and 0.5 seconds, respectively, for oscillation from $10 \cdot 10^{-5}$ to $2 \cdot 10^{-6}$ m with specified values of gains.

From the gains obtained, parameters of magnetic bearings can be estimated and desirable ones can be selected on the basis of specified constructional and technical requirements for rotor operation.

The conducted work supposes further research of the rotor position issue to improve the offered development.

References

1. BogdanovaYu.V. Modeling the Rotor Dynamics of Electrospindle on Magnetic Bearings. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2015, no. 1, pp. 201-220. DOI: 10.7463/0115.0753146 (in Russian).
2. Biderman V.L. *Teoriya mechanicheskix kolebanii* [The theory of mechanical oscillations]. Moscow, Vishshaya shkola Publ., 1980. 480 p. (in Russian).
3. Zhuravlev Yu.N. *Aktivnye magnitnye podshipniki: teoriya, raschet, primenenie* [Active magnetic bearings: theory, design, application]. St. Petersburg, Politekhnika Publ., 2003. 206 p. (in Russian).
4. Lur'e A.I. *Analiticheskaya mekhanika* [Analytical mechanics]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1961. 824 p. (in Russian).
5. Genta G. Part 3: Dynamics of Rotating and Reciprocating Machinery. In book: *Vibration Dynamics and Control*. Springer US, 2009, pp. 577-824.
6. Muszynska A. Ch. 3: Basic Rotordynamics: Extended Rotor Models. In book: *Rotordynamics*. Minden, Nevada, U.S.A., Taylor and Francis Group, LLC, 2005, pp. 113-117.
7. Schweizer G., Maslen E.H. Ch. 7: Dynamics of the Rigid Rotors; Ch. 8: Control of the Rigid Rotor in AMBs. In book: *Magnetic Bearings. Theory, Design and Application to Rotating Machinery*. Springer Berlin Heidelberg, 2009, pp. 167-189; pp. 191-228.
8. Nemeckii kardeologicheskii tsentr v Berline [German cardiological centre in Berlin] (DHZB): website. Available at: http://www.dhzb.ru , accessed 30.08.2015. (in Russian).
9. Thoratec HeartMate II® LVAD: company website. Available at: http://www.mylvad.com/lvad-devices/heartmate-ii-lvad , accessed 10.09.2015.
10. HeartMate II Left Ventricular Assist System: website. Available at: http://heartmateii.com/, accessed 10.09.2015.
11. Berlin Heart INCOR®: website. Available at: http://www.berlinheart.de/index.php/mp/content/products/incor, accessed 10.09.2015.
12. ReliantHeart: website. Available at: http://reliantheart.com/category/press-releases/, accessed 11.09.2015.

13. Jarvic Heart: website. Available at: http://www.jarvikheart.com/, accessed 15.09.2015.
14. Texas Heart® Institute: website. Available at: http://www.texasheart.org/Research/Devices/duraheart_lvas.cfm, accessed 15.09.2015.
15. ISO 14839-1:2002. Mechanical vibration -- Vibration of rotating machinery equipped with active magnetic bearings -- Part 1: Vocabulary. 2014. 30 p. ISO Standarts: website. Available at: http://www.iso.org/iso/home/store/catalogue_tc/catalogue_detail.htm?csnumber=25726 , accessed 14.09.2015.